

1a. edición, Octubre 1996

© SECRETARIA DE GOBERNACION

© CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

AV. DELFIN MADRIGAL No. 665, COL. PEDREGAL SANTO DOMINGO, DELEGACION COYOACAN, C.P. 04360, MEXICO, D.F  
TELEFONOS 606 98 37, 606 97 39, 606 99 82,  
FAX. 606 16 08

© Autores: José Luis Sánchez Bribiesca, Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM y Asesor del Centro Nacional de Prevención de Desastres; Fernando González Villarreal, Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM; Ramón Domínguez Mora, Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM y Asesor del Centro Nacional de Prevención de Desastres; Martín Jiménez Espinosa, Técnico Académico del Centro Nacional de Prevención de Desastres.

Impresión a cargo de: Lic. Ricardo Cícero Betancourt y Violeta Ramos Radilla.

Derechos reservados conforme a la ley  
IMPRESO EN MEXICO. *PRINTED IN MEXICO*

Distribución Nacional e Internacional: Centro Nacional de Prevención de Desastres

EL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO ES EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS AUTORES

## SECRETARIA DE GOBERNACION

**Lic. Emilio Chuayffet Chemor**

Secretario de Gobernación

**Lic. Juan Ramiro Robledo Ruiz**

Subsecretario de Protección Civil y de Prevención y Readaptación Social

## CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

**Dr. Roberto Meli**

Director General

**Ing. Masao Nozawa**

Director del Equipo Asesor Japonés

**Dr. Mario Ordaz**

Coordinador de Investigación

**M. en I. Roberto Quaas**

Coordinador de Instrumentación

**Lic. Ricardo Cícero Betancourt**

Coordinador de Difusión

**SISTEMA NACIONAL DE PROTECCION CIVIL**

**SISTEMA NACIONAL DE PROTECCION CIVIL  
CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES**

**UN PROCEDIMIENTO PARA EL DISEÑO DE OBRAS DE EXCEDENCIAS**

José Luis Sánchez Bribiesca  
Fernando González Villarreal  
Ramón Domínguez Mora  
Martín Jiménez Espinosa

**COORDINACION DE INVESTIGACION  
AREA DE RIESGOS HIDROMETEOROLOGICOS**

# CUADERNOS DE INVESTIGACION

## P R E S E N T A C I O N

---

La Coordinación de Investigación del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) realiza estudios sobre las características de los fenómenos naturales y de las actividades humanas que son fuentes potenciales de desastres, así como sobre las técnicas y medidas que conducen a la reducción de las consecuencias de dichos fenómenos.

Las actividades enfocan la problemática de los Riesgos Geológicos (Sismos y Volcanes), de los Riesgos Hidrometeorológicos (Inundaciones, Huracanes, Sequías, Erosión) y de los Riesgos Químicos (Incendios, Explosiones, Contaminación por Desechos Industriales).

Los resultados de los estudios se publican en Informes Técnicos que se distribuyen a las instituciones y los especialistas relacionados con cada tema específico.

En adición a dichos Informes Técnicos de carácter muy especializado, el CENAPRED ha emprendido la publicación de esta serie, llamada CUADERNOS DE INVESTIGACION, con el fin de dar a conocer a un público más amplio aquellos estudios que se consideran de interés más general o que contienen información que conviene quede publicada en una edición más formal que la de los Informes Técnicos.

Los catálogos de Informes Técnicos y de Cuadernos de Investigación, así como las publicaciones específicas pueden obtenerse solicitándolos por escrito a la Coordinación de Investigación del CENAPRED, o pueden consultarse directamente en su Unidad de Información.

# UN PROCEDIMIENTO PARA EL DISEÑO DE OBRAS DE EXCEDENCIAS

## RESUMEN

Se presenta un procedimiento para calcular avenidas de diseño para obras de excedencias, en el que se considera el gasto máximo, volumen y forma de las avenidas.

Una vez definidas las avenidas de diseño para distintos períodos de retorno, se establece una política de operación del vertedor, para regular las avenidas de menor período de retorno para no exceder la capacidad del cauce aguas abajo en las avenidas más comunes. También se garantiza con ella la seguridad de la presa para avenidas con períodos de retorno extraordinarios.

## ABSTRACT

A procedure is introduced in order to calculate design floods for spillways works, considering their maximum flow, volume and form.

Once the design floods are assessed for several return periods, an operation policy is defined to operate the spillway, in order to regulate the floods of low return period, which would prevent to overflow the capacity of the river downstream. Besides, it guarantees the security of the dam for floods with extraordinary return periods.

## CONTENIDO

<b>RESUMEN</b> .....	5
<b>ABSTRACT</b> .....	5
<b>CONTENIDO</b> .....	7
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b> .....	9
<b>CAPÍTULO 2 ANÁLISIS DE LOS DATOS HISTÓRICOS</b> .....	11
2.1 REGRESIÓN LINEAL .....	11
2.2 INTERVALOS DE CONFIANZA PARA FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD .....	12
2.3 CARACTERÍSTICAS DE LAS AVENIDAS .....	14
2.4 FORMA DE LA AVENIDA .....	15
<b>CAPÍTULO 3 POLÍTICA DE OPERACIÓN</b> .....	17
<b>CAPÍTULO 4 EJEMPLO NUMÉRICO</b> .....	21
4.1 HIDROGRAMAS ASOCIADOS A DISTINTOS PERIODOS DE RETORNO .....	21
4.2 OPERACIÓN DE COMPUERTAS .....	26
4.3 LIBRE BORDO .....	29
4.4 TRES ASPECTOS DE INTERÉS .....	31
<b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES</b> .....	35
<b>REFERENCIAS</b> .....	37

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

Existe la creencia generalizada de que una presa es tanto más segura cuanto más sobrada está su obra de excedencias. Con esa idea se han desarrollado distintos procedimientos para estimar la avenida de diseño de este tipo de obras. Se muestra en este documento que ello no es suficiente para lograr esta seguridad.

Cuando se utilizan métodos basados en el análisis estadístico de los escurrimientos históricos registrados en el sitio de la obra, el procedimiento comúnmente utilizado consiste en determinar el pico de una avenida para un periodo de retorno de 10,000 años y después mayorar la máxima avenida observada mediante una simple proporción. De esta forma no se aprovecha una cantidad importante de información puesto que solo se usan los picos máximos anuales y no se prevé una relación pico-volumen.

Por otra parte, al diseñar la obra de excedencias con una avenida como la calculada con ese método, no se tiene prevista una cota de mantenimiento a partir de la cual se transite la avenida, por lo que se elaboran "**planes de operación**" que casi nunca se respetan en la práctica, de modo que por sobrados que resulten los diseños, las obras no quedan a salvo de los riesgos que implican operaciones equivocadas y, todo ello, sin contar con que diseños hidráulicos deficientes suelen producir daños de consideración que pueden poner en peligro la seguridad del conjunto.

Es por estos motivos que en este escrito se presenta un procedimiento de diseño con el que se pretende superar estas limitaciones. Este método se aplica a un caso real que tiene un registro hidrológico de 35 años.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISIS DE LOS DATOS HISTÓRICOS

#### 2.1 REGRESIÓN LINEAL

La relación de volúmenes y gastos pico de las avenidas no es muy clara. Entre otros intentos, se han establecido funciones del tipo lognormal bivariada (Peagram y Deacon, 1992). En este trabajo se propone el uso de una relación lineal entre ambas variables y se extiende su uso hacia los tiempos de pico y base de las avenidas.

Sea el modelo de regresión lineal del tipo

$$y_i = a + b x_i + e_i \quad (2.1)$$

donde  $x$  puede representar al volumen,  $e$  y al gasto de pico.

Con base en este modelo la ecuación de regresión de la muestra de  $Y$  sobre  $X$  es

$$\hat{y}_i = a + b x_i \quad (2.2)$$

y los residuales son

$$e_i = y_i - a - b x_i \quad (2.3)$$

Si se definen las siguientes variables (Hines, 1993 y Chou, 1990)

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \quad (2.4a)$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \quad (2.4b)$$

y

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N x_i \right) \left( \sum_{i=1}^N y_i \right) \quad (2.4c)$$

es posible calcular

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad a = \bar{y} - b \bar{x} \quad y \quad r^2 = \frac{(S_{xy})^2}{S_{xx} S_{yy}} \quad (2.5)$$

donde  $r^2$  es el coeficiente de determinación.

El pronóstico de un valor  $y_o$  correspondiente a  $x_o$  se calcula a partir de la ecuación 2.2 y la diferencia entre el valor real  $y_o$ , y el valor pronosticado  $\hat{y}_o$  se llama error de pronóstico. Éste es una combinación lineal de variables aleatorias normalmente distribuidas, por lo que es también una variable normalmente distribuida, cuya variancia queda definida como

$$\sigma_F^2 = \sigma^2 \left[ 1 + \frac{1}{N} + \frac{(x_o - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right] \quad (2.6)$$

donde  $\sigma^2$  es la variancia de la regresión en la muestra.

Un estimador de  $\sigma^2$  es

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - 2} = \frac{S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}}}{n - 2} \quad (2.7a)$$

o bien

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_{yy} (1 - r^2)}{n - 2} \quad (2.7b)$$

Finalmente, los límites de confianza para  $y_o$  son

$$\hat{y}_o \pm Z_{(1 - \alpha/2)} \sigma_F \quad (2.8)$$

donde  $Z$  es una variable con distribución normal estandarizada y  $1 - \alpha/2$  es el nivel de confianza para el que se calculan los límites. Si el número de datos  $N$  es menor de 30, entonces en lugar de usar  $Z_{(1 - \alpha/2)}$  se debe usar  $t_{N-2, (1 - \alpha/2)}$ , donde  $t$  es una variable con distribución  $t$  de Student, con  $N-2$  grados de libertad.

## 2.2 INTERVALOS DE CONFIANZA PARA FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Los límites de confianza son usados para estimar las incertidumbres asociadas con la determinación de los eventos de diseño para periodos de retorno específicos.

Puesto que una distribución de frecuencias únicamente es un estimado de la muestra de cierta población, es probable que otra muestra de igual longitud, pero tomada en diferente tiempo, produjera una diferente curva de frecuencia. Los intervalos de confianza definen el rango dentro del cual estas curvas pueden ubicarse con cierta probabilidad.

Para calcular los límites de confianza de una distribución de probabilidad se utiliza un método empírico (Kite, 1975)

$$x \pm Z_{(1 - \alpha/2)} S_T \quad (2.9)$$

donde



$x$  : evento de diseño obtenido a partir de una distribución y para periodo de retorno  $T_r$

$Z_{(1-\alpha/2)}$  desviación estándar normal para un nivel de confianza  $\alpha$

$S_T$  : desviación estándar de los eventos de diseño

Para el caso del ajuste por momentos de los parámetros de la distribución Gumbel, los límites de confianza se calculan con las expresiones siguientes (Kite, 1975a)

$$x = \mu - \alpha \ln \ln \left( \frac{T_r}{T_r - 1} \right) \quad (2.10)$$

$$k = - \left\{ 0.45 + 0.7797 \ln \left( - \ln \left( 1 - \frac{1}{T_r} \right) \right) \right\} \quad (2.11)$$

$$S_T^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{N} (1 + 1.1396 k + 1.10 k^2) \quad (2.12)$$

donde  $\hat{\sigma}^2$  es la variancia de una muestra de la variable aleatoria X.

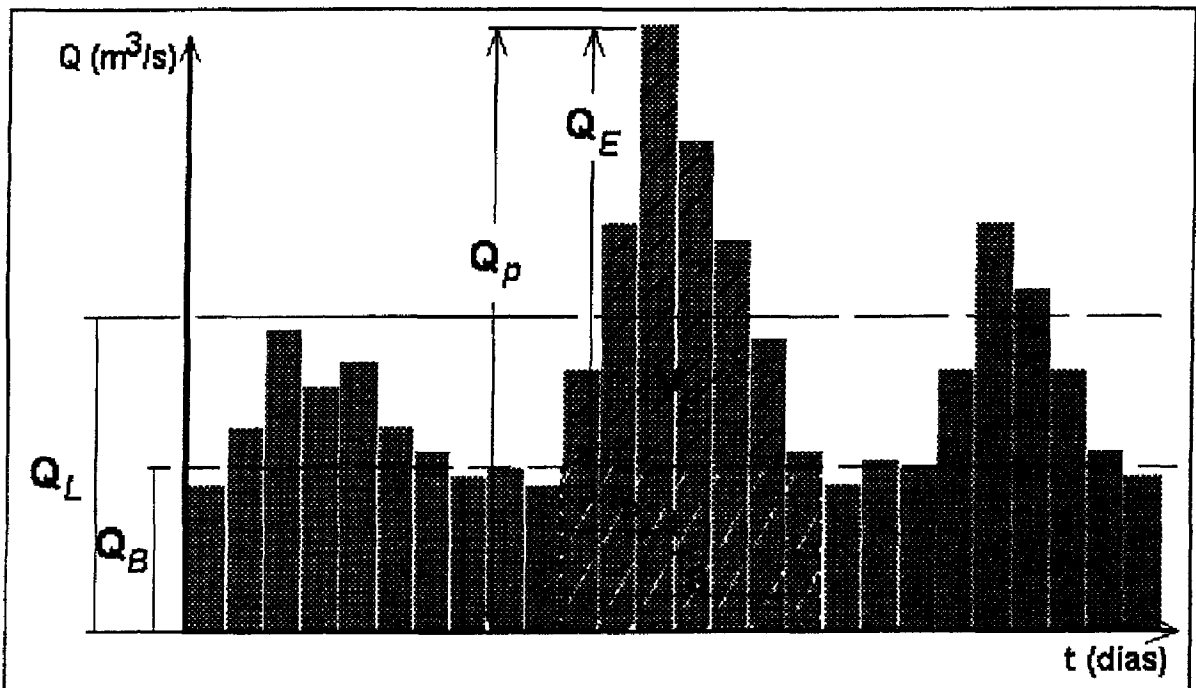


Figura 2.1 Caracterización de las avenidas históricas

### 2.3 CARACTERÍSTICAS DE LAS AVENIDAS

Para caracterizar las avenidas históricas se propone utilizar los datos de gastos medios diarios registrados para formar gráficas como la mostrada en la figura 2.1

En la figura 2.1 pueden distinguirse un gasto que se modifica lentamente a lo largo del año, que proviene del agua subterránea que se denomina escurrimiento base,  $Q_B$ , y el escurrimiento directo,  $Q_E$ , encima del gasto base, que fluctúa rápidamente y representa la respuesta inmediata a la lluvia. Esta distinción entre escurrimientos se hace para evitar las largas curvas de recesión o "colas" de los hidrogramas. Esta separación es hasta cierto punto arbitraria y subjetiva (Nash, 1966). Sin embargo, existen varios métodos para efectuar la separación (Linsley, 1990). En este trabajo se propone un gasto base constante tal que prácticamente la época de avenidas principia y termina en él.

Las avenidas analizadas se seleccionan como una serie de excedentes anuales (Nash, 1966a) en la que se define el umbral  $Q_L$  tal que en los  $N_R$  años de registro se presentan  $N = N_R$  avenidas con picos superiores a  $Q_L$ .

Para las  $N$  avenidas escogidas se determina el tiempo de duración del escurrimiento directo  $T_B$  así como el tiempo necesario para alcanzar el pico. El volumen  $V$  de cada avenida se considera formado por los escurrimientos base y directo;  $V_B = T_B Q_B$  y  $V_E = V - V_B$ , de la misma forma el gasto total de pico total  $Q_P$  estará formado por la suma de  $Q_B$  y  $Q_E$ .

Ahora bien, si los  $N_R$  gastos  $Q$  se ordenan de mayor a menor y se les asigna un orden, de suerte que al mayor le corresponde el orden  $i = 1$  y así sucesivamente hasta el orden  $N_R$ , se podrán calcular los valores estimados del periodo de retorno.

$$T_i = \frac{N + 1}{i} \quad (2.13)$$

y con el

$$X_i = \ln \ln \left( \frac{T_i}{T_i - 1} \right) \quad (2.14)$$

con objeto de establecer una relación de la forma

$$Q_i = A_{Q/X} + C_{Q/X} X_i \quad (2.15)$$

la cual es la distribución de valores extremos tipo I o Gumbel.

Por lo discutido en el inciso 2.1 las características de las avenidas se pueden relacionar mediante ecuaciones de la forma

$$V_E = A_{Q/V} + C_{Q/V} Q \quad (2.16)$$

$$T_B = C_B \left( \frac{V_E}{Q_E} \right)^{R_B} \quad (2.17)$$

$$T_P = C_P \left( \frac{V_E}{Q_E} \right)^{R_P} \quad (2.18)$$

En la ecuación 2.16 los coeficientes  $A_{Q/v}$  y  $C_{Q/v}$  corresponden a los coeficientes  $a$  y  $b$  de la ecuación 2.1 y el intervalo de confianza se calcula con la 2.8. De la misma forma, tomando logaritmos en las ecuaciones 2.17 y 2.18, las relaciones obtenidas pueden asimilarse a la de la recta de la ecuación 2.1, por lo que los coeficientes de estas ecuaciones se calculan con la ecuación 2.5.

En resumen, el procedimiento propuesto para calcular las características de las avenidas de diseño consta de los siguientes pasos.

1. Con los datos históricos de gastos medios diarios se determinan  $Q_B$ ,  $Q_L$  y las características  $Q$ ,  $V_E$ ,  $T_B$ ,  $T_P$  de cada una de las avenidas independientes que tienen un gasto de pico mayor que  $Q_L$ .
2. Se calculan los coeficientes de regresión para las ecuaciones 2.15, 2.16, 2.17 y 2.18.
3. Se elige un periodo de retorno y el nivel del intervalo de confianza que se desea utilizar.
4. De la relación 2.15 se calcula el gasto estimado  $Q_{Ei}$  y el límite superior  $Q_{Ei}^*$  del intervalo de confianza con la ecuación 2.9.
5. A partir del valor  $Q_{Ei}$  definido en el paso 4 y con la ecuación 2.16 se calcula  $V_{Ei}$ , el límite superior  $V_{Ei}^*$  del intervalo de confianza se determina con la ecuación 2.8.
6. Se determinan el tiempo base y el tiempo pico de la avenida utilizando las ecuaciones 2.17 y 2.18.

## 2.4 FORMA DE LA AVENIDA

De acuerdo con los intervalos de tiempo  $\Delta t$  con los que se pretenda hacer los análisis que se indican en el capítulo siguiente, se procederá a determinar los números enteros  $n = T_p/K$  y  $m = T_B/(K-n)$ , en donde  $K=1$ , si el cálculo se va a hacer con  $\Delta t=24$  h;  $K=0.5$  si  $\Delta t=12$  horas;  $K=0.25$  si  $\Delta t=6$  horas, etc. En tales condiciones  $n$  es el número de intervalos para alcanzar el pico y  $n+m$  el número total de intervalos en la avenida de duración  $T_B$ .

Para dar forma a la avenida se proponen las expresiones 2.19 a 2.21 (Chow, 1964), para que el hidrograma resultante tenga el volumen y los tiempos pico y base calculados (figura 4.3).

En cuanto al gasto pico, como se consideran gastos medios diarios, y con esta metodología se analizan intervalos de tiempo menores, no se ajusta perfectamente el gasto pico que resulta de la ecuación 2.19 con el calculado con el método, pero esta diferencia es pequeña y puede despreciarse; de tal forma que el gasto de pico, correspondiente al n-ésimo intervalo está dado por

$$Q_{\frac{p}{M}} = \frac{4 Q_s}{1 + \left(\frac{n-1}{n}\right)^\beta + \left(\frac{m}{m+1}\right)^\beta + \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^\beta} \quad (2.19)$$

Y, para determinar el exponente  $\beta$  será necesario resolver la ecuación

$$Q_{\frac{p}{M}} \left[ \left(\frac{1}{n}\right)^\beta + \left(\frac{2}{n}\right)^\beta + \dots + 1 + \left(\frac{m}{m+1}\right)^\beta + \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^\beta + \left(\frac{1}{m+1}\right)^\beta \right] = V_E^* \quad (2.20)$$

Una vez calculado  $\beta$  se calculará  $Q_{\frac{p}{M}}$  con la ecuación 2.19 y los gastos de las ramas ascendentes y descendente del hidrograma, respectivamente, mediante

$$Q_i = Q_{\frac{p}{M}} \left(\frac{i}{n}\right)^\beta \quad (\text{rama ascendente}) \quad (2.21a)$$

$$Q_j = Q_{\frac{p}{M}} \left(\frac{j}{m+1}\right)^\beta \quad (\text{rama descendente}) \quad (2.21b)$$

Al proceder así para cada periodo de retorno seleccionado se podrá definir el hidrograma completo de la avenida correspondiente.

## CAPÍTULO 3

### POLÍTICA DE OPERACIÓN

A partir de las avenidas estimadas para algún periodo de retorno, analizadas en el capítulo anterior, es posible proponer planes de operación de la obra de excedencias sencillas y que obedezcan básicamente al criterio de seguridad, tanto de la presa en sí, como de las poblaciones y bienes ubicadas aguas abajo de la misma. La obtención de políticas a largo plazo en las que se optimen los beneficios asociados a ella puede verse en Domínguez (1989).

En los sitios en donde se van a construir las presas se dispone de fórmulas que relacionan la altura  $H$  del nivel del agua con el volumen almacenado  $V$ , que pueden asimilarse a una forma

$$V = V_o + K (H - H_o)^s ; (H \geq H_o) \quad (3.1)$$

En esta expresión  $V_o$ ,  $H_o$ ,  $K$  y  $s$  son valores propios de cada vaso por estudiar.

Por otra parte, de acuerdo con las necesidades de la presa, se conoce también un volumen  $V_u$  que incluye la capacidad útil más la muerta, al cual corresponde una altura  $H_u$  que, de acuerdo con la ecuación 3.1, estará dada por

$$H_u = H_o + \left( \frac{V_u - V_o}{K} \right)^{1/s} \quad (3.2)$$

Finalmente, se supone conocido un gasto  $Q_o$  que no ocasionaría daños al ser descargado por el vertedor.

Si el coeficiente de descarga de un vertedor es  $C_F$  y su ancho de cresta es  $L_o$  se puede establecer que  $C_v = C_F L_o$ , de manera que si la altura de la cresta es  $H_c$ , cuando el vertedor descarga libremente, el gasto está definido por la igualdad

$$Q_v = C_v (H - H_c)^{3/2} ; (H \geq H_c) \quad (3.3)$$

Pero si este vertedor tiene su descarga controlada por una compuerta cuya abertura es  $A_B$ , entonces el gasto descargado para la misma  $H$  tendrá por valor

$$Q_o = 1.5 C_v A_B (H - H_c)^{1/2} ; (H \geq H_c) \quad (3.4)$$

Esta fórmula sólo es válida para  $A_B$ .

El procedimiento que se propone para definir la capacidad del vertedor y la política de la operación de las compuertas, busca satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Que para avenidas grandes pero no extraordinarias (periodos de retorno entre 50 y 200 años) el gasto máximo de extracción no supere considerablemente el gasto  $Q_{co}$  que no causaría daños aguas abajo
- b) Que para avenidas extraordinarias (periodos de retorno entre 1 000 y 10 000 años) el nivel del agua en el vaso no supere el nivel de aguas máximo extraordinario (NAME) de la presa.
- c) Que la apertura de las compuertas de control del vertedor se incremente (o al menos no se disminuya) conforme aumenta el nivel del agua en el vaso. Ello se emplea para extraer un mayor gasto cuando se requiera.

Así, en la figura 3.1 se muestra una posible operación con estas características. En ella se ha trazado la curva correspondiente a la ecuación 3.3, con trazo puntuado del punto inicial 0 al punto IV y con trazo lleno de este punto en adelante. En el tramo I-II-III de la curva, la operación se realizaría con las compuertas parcialmente abiertas; en el punto I la elevación  $H_u$  corresponde al volumen útil de la presa (ecuación 3.2) y el gasto descargado  $Q_0$  es igual al gasto base  $Q_b$  menos el gasto descargado por la toma  $Q_{TO}$ .

El gasto correspondiente al punto II de la figura debe ser igual al gasto  $Q_{co}$  (que no ocasionaría daños); la elevación correspondiente se obtiene por tanteos transitando la avenida de 50 años de periodo de retorno, de tal forma que el gasto máximo de descarga resulte igual a  $Q_{co}$ . Adicionalmente, la capacidad de descarga del vertedor libre para el nivel  $H_c$  correspondiente al punto II deberá ser sensiblemente mayor que  $Q_c$  (por ejemplo 2 veces), lo que permitirá definir, mediante la ecuación 3.1, el nivel  $H_0$  de la cresta del vertedor.

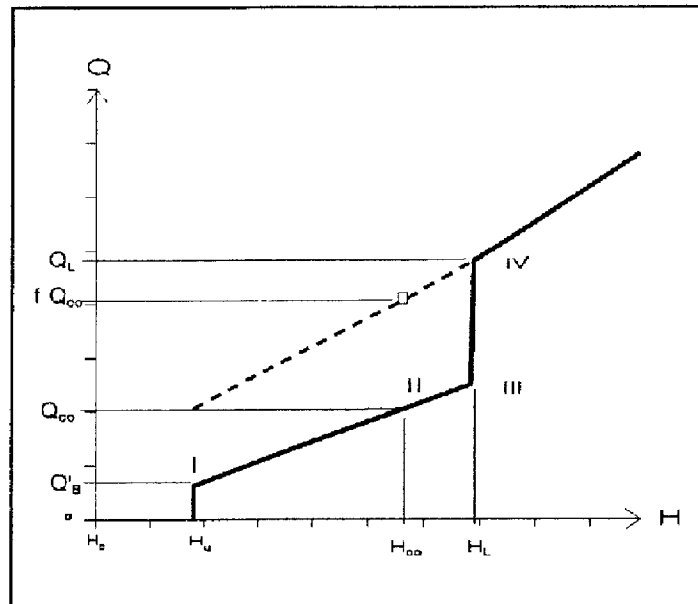
Una vez que se ha definido el punto II, con el fin de evitar descargas frecuentes muy grandes es conveniente transitar la avenida de  $T_r = 100$  o 200 años suponiendo que la recta que pasa por los puntos I y II se prolonga hacia arriba, de modo que el punto III mostrado en la figura 3.1 tenga por abscisa a la máxima altura  $H$  alcanzada al efectuar dicho tránsito.

A partir del punto III el plan de operación consistirá en abrir totalmente las compuertas, pasando súbitamente al punto IV y, de allí en adelante dejando que el vertedor descargue libremente.

Con este plan de operación, que implica ir subiendo las compuertas a media que sube el nivel del agua, si se transita la avenida con  $T_r = 1000$  años, se llegará a un máximo que

corresponderá al NAME, de modo que sumando a éste un libre bordo conveniente se definiera la altura de la corona.

Ahora bien, con objeto de tener lista la presa para recibir la siguiente avenida, el plan de operación también debe contemplar la etapa de descenso del nivel del agua en la presa. Para tal fin, es conveniente vaciar rápidamente, por lo que es necesario permitir que se mantenga la descarga máxima posible hasta volver a la altura  $H_u$ , para entonces volver a cerrar para sólo descargar el gasto  $Q_B - Q_{TO}$  (o menos, si al vaso ingresa un gasto inferior a él). Esto significa que, para la avenida de  $T_R = 1000$  años, las compuertas permanecerán totalmente abiertas hasta llegar a la altura  $H_u$ , en tanto que para las de  $T_R < 200$  años se mantendría la compuerta con la abertura máxima alcanzada al hacer el tránsito correspondiente.



**Figura 3.1 Política de operación**

Finalmente, la aceptación de un plan de operación también requiere de la definición de la altura de las compuertas, de tal manera que en ninguna de las condiciones de trabajo éstas puedan ser desbordadas por el labio superior.

Dado que el análisis descrito se ha hecho partiendo de la definición de un ancho de cresta,  $l_0$ , se comprende que pueden hacerse análisis similares con diferentes anchos para, de esta manera decidir, de acuerdo con los costos y restricciones constructivas, cuál podrá ser la mejor opción.

## CAPÍTULO 4

### EJEMPLO NUMÉRICO

En un sitio se intenta construir una presa para un almacenamiento  $V_u = 4633 \times 10^6 \text{ m}^3$  en un vaso cuya relación alturas-volúmenes almacenados está por las dos primeras columnas de la tabla 4.1. El gasto de extracción por la obra de toma es  $Q_{TO} = 190 \text{ m}^3/\text{s}$ . En este sitio hay un registro continuo de gastos medios diarios del año 1951 al año 1985, es decir  $N_R = 35$  años. De estos datos se puede considerar un gasto base  $Q_B = 500 \text{ m}^3/\text{s}$  y un gasto  $Q_L = 1200 \text{ m}^3/\text{s}$  que casualmente en este caso es el gasto que puede circular aguas abajo sin causar daños. En la tabla 4.2 se anotan los gastos de pico mayores que  $Q_L$ , incluidos en el registro continuo de gastos medios diarios y los valores estimados de los volúmenes en exceso  $V_E$ , los tiempos de duración de las avenidas,  $T_B$  y los tiempos de pico  $T_P$ . Obsérvese que el número de avenidas ( $N$ ) con gastos de pico superiores es de 12.

*Tabla 4.1*

$H(m)$	$V(10^6 \text{ m}^3)$	$V_{CALC}$	$e \%$
105	3864.75	---	---
115	4898	4887.18	- 0.22
125	6091.75	6131.94	+ 0.66
135	7446	7477.18	- 0.42
145	8970.75	8892.13	- 0.88

Se desea proyectar una obra de excedencias con un ancho de cresta de 30 m y un coeficiente de descarga igual a 2.

#### 4.1 HIDROGRAMAS ASOCIADOS A DISTINTOS PERIODOS DE RETORNO

Con los datos de la tabla 4.1 se determinó la relación alturas  $H$ , volúmenes almacenados  $V$

$$V = [3\ 864.75 + 72.5663 (H - 105)^{1.1489}] \times 10^6$$



En la 3<sup>ra</sup> columna de la tabla 4.1 se consignan los valores de V calculados con esta fórmula y, en la 4<sup>a</sup> los errores en %, obtenidos como  $(V_{CALC} - V)/V$ . En atención a que éstos no sobrepasan a 1 en valor absoluto, la ecuación 3.1 se considerará adecuada para los cálculos subsiguientes.

Utilizando los datos del problema y recordando que los volúmenes están en millones de m<sup>3</sup> y los gastos en m<sup>3</sup>/s se obtienen las constantes que aparecen en las expresiones siguientes:

$$T_B = 17.3467 \left( \frac{V_e}{Q_e} \right)^{0.6081}$$

$$y \quad T_P = 14.4501 \left( \frac{V_e}{Q_e} \right)^{0.9829}$$

Tabla 4.2

AÑO	Q <sub>p</sub>	V <sub>e</sub>	T <sub>B</sub>	T <sub>P</sub>	N
51					
52					
53					
54	1248	178.8	8	3	1
55	1772	517.3	9	5	2
56					
57					
58	1437	144.1	4	2	3
59	1557	313.4	8	4	4
60					
61					
62					
63					
64					
65					
66					
67	1694	396.1	9	4	5

AÑO	Q <sub>p</sub>	V <sub>e</sub>	T <sub>B</sub>	T <sub>P</sub>	N
68					
69	1714	428.5	9	5	6
70					
71	1286	269.2	8	6	7
72					
73	1871	324.4	8	4	8
74	1316	257.9	8	5	9
75					
76	2044	304.4	8	3	10
77					
78					
79					
80					
81	1248	167.4	8	4	11
82					
83					
84	1643	373.9	10	5	12
85					

De la regresión de Q<sub>p</sub> contra X dadas por la ecuación 2.15, se obtuvo

$$Q_p = 497.81 - 314.41 x + S_e \tau(p)$$

Con base en las 2.11 y 2.12 se obtuvieron los valores pronosticados de  $Q$  para periodos de retorno de 20, 32, 50, 200 y 1,000 años, con un nivel de confianza del 90% de la tabla siguiente:

Tabla 4.3

Tr	X	Q	k	S <sub>t</sub> <sup>2</sup>	S <sub>t</sub>	Q'
20	- 2.9702	1431.7	1.8659	37094.6	192.6	1748.5
32	- 3.4499	1582.5	2.2399	48376.1	219.9	1944.3
50	- 3.9019	1724.6	2.5923	60508.8	246.0	2129.3
200	- 5.2958	2162.9	3.6791	107096.2	327.3	2701.2
1000	- 6.9073	2669.5	4.9356	178226.1	422.2	3364.0

En la figura 4.1 se muestra la recta  $Q = 497.81 - 314.41 x$ , así como los intervalos de confianza del 90%. Con cruces se muestran los datos correspondientes a los valores originales. Nótese que con el intervalo adoptado estos valores quedan situados holgadamente dentro de él.

Por otra parte, con los datos de la tabla 4.2 se calcularon los coeficientes a, b, y se eligió un nivel de confianza del 90%, por lo que la expresión para calcular los volúmenes se muestran a continuación

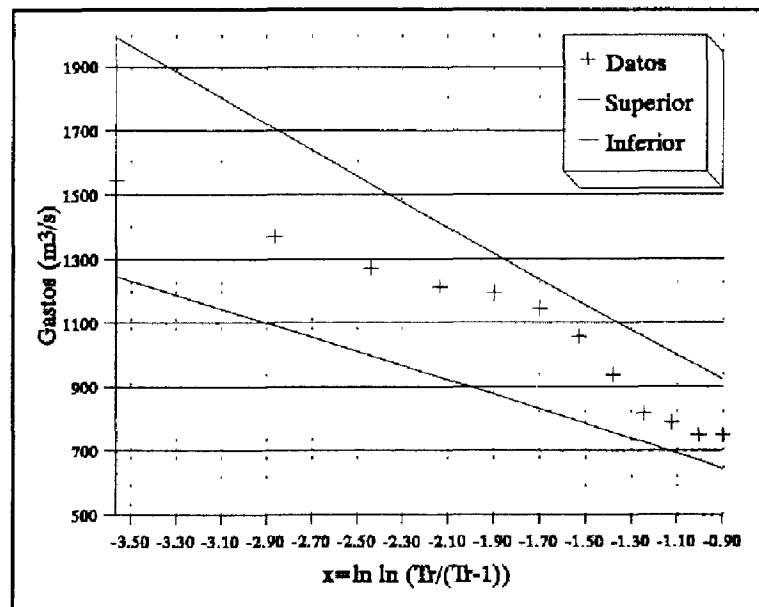


Figura 4.1 correlación entre X y Gastos

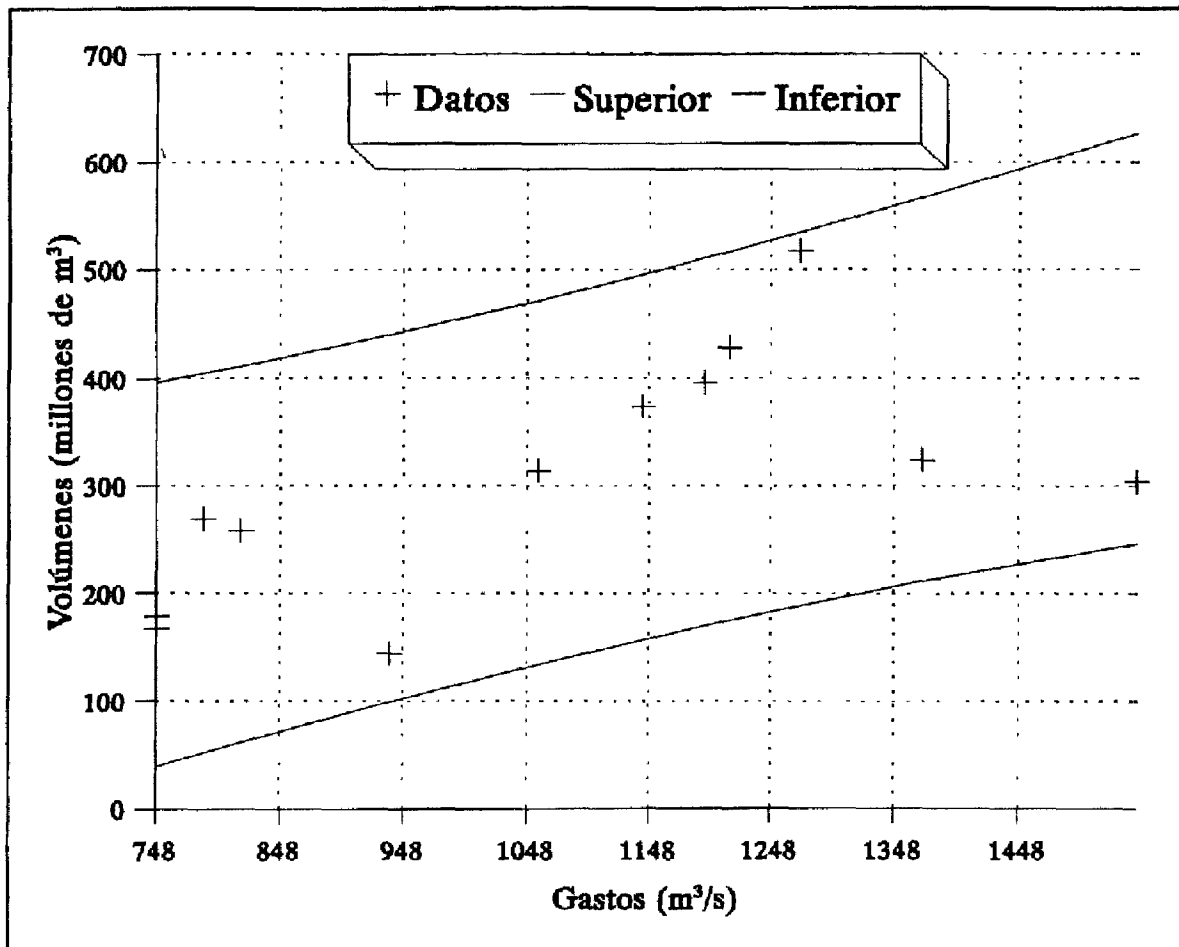
$$V_E^* = 12.6074 + 0.2747 Q + 89.504 (1.645) \sqrt{1 + \frac{1}{12} + \frac{(Qe_j - 1069.17)^2}{767911.6875}}$$

En la tabla siguiente se muestran los resultados con esta expresión:

*Tabla 4.4*

Tr	Q	Ve	V'
20	1431.7	405.90	587.34
32	1582.5	447.32	640.81
50	1724.6	486.36	693.99
200	2162.9	606.76	870.03
1000	2669.5	745.92	1086.45

En la figura 4.2 se muestra la recta  $V = 12.6074 + 0.2747 Q$ , así como los intervalos de confianza para  $\alpha = 10\%$  para el cual los puntos quedan dentro del intervalo.



**Figura 4.2** Correlación entre gastos de pico y volúmenes

Con los valores para definir las relaciones  $Q - X$  y  $V - Q$ , y siguiendo la metodología indicada en el subcapítulo 2.3, se determinaron las características de las avenidas esperadas para períodos de retorno de 20, 32, 50, 200 y 1000 años, considerando que se selecciona un  $\Delta t = 6$  horas:

Tr	X	Q*	V*	Tb	Tp	n	m	$\beta$	QPM
20	-2.9702	1748.5	587.3	8.94	4.95	20	16	1.5881	1900.0
32	-3.4499	1944.3	640.8	8.83	4.85	19	16	1.5717	2117.1
50	-3.9019	2129.3	694.0	8.77	4.80	19	16	1.6053	2322.7
200	-5.2958	2701.2	870.0	8.71	4.75	19	16	1.6416	2952.2
1000	-6.9073	3364.0	1086.5	8.72	4.76	19	16	1.6330	3674.9

Cuyos hidrogramas se presentan a continuación

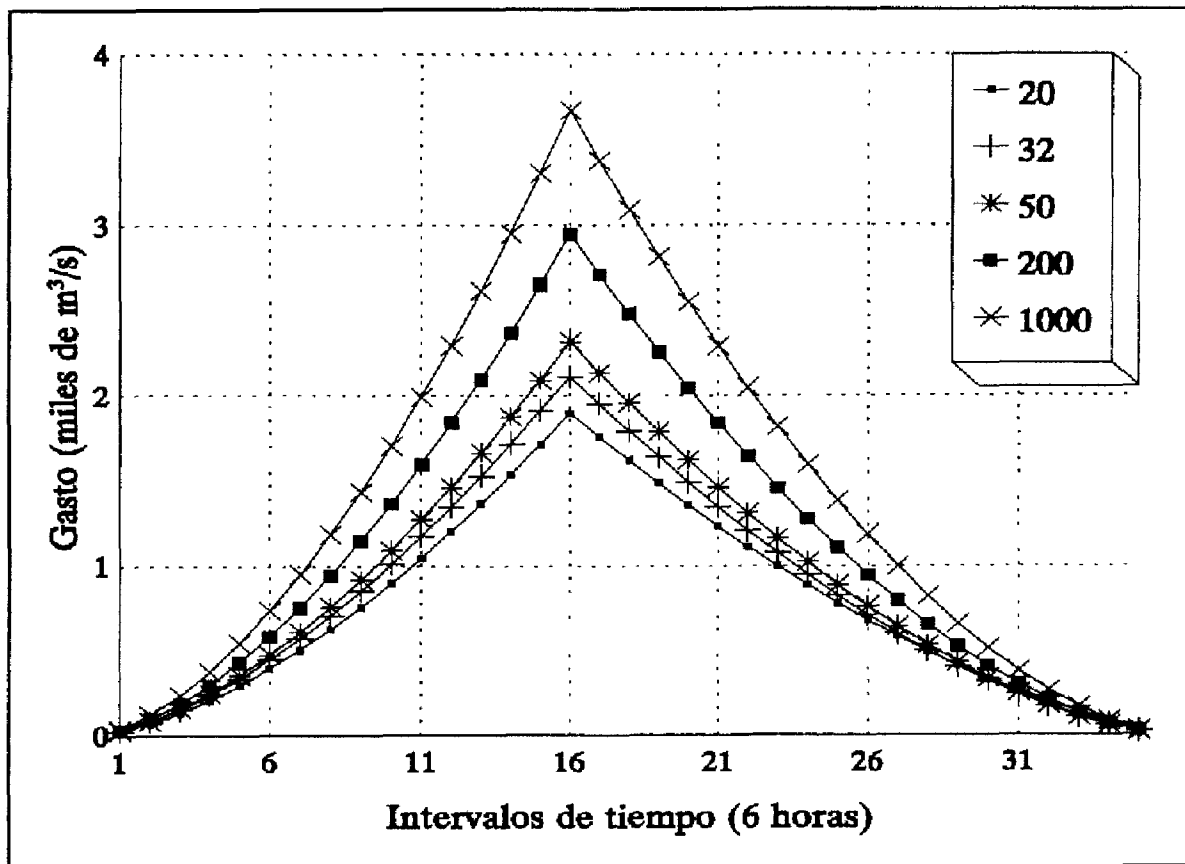


Figura 4.3 Hidrogramas generados con el método propuesto

## 4.2 OPERACIÓN DE COMPUERTAS

Para definir el plan de operación de las compuertas se empezará por considerar que para la capacidad  $V_u = 4633 \times 10^6 \text{ m}^3$ , de la ecuación 3.2 se obtiene

$$H_u = 105 + \left( \frac{4633 - 3864.75}{72.5663} \right)^{1/1.1489} = 112.798 \approx 112.8$$

Al nivel  $H_u$  la descarga por el vertedor debe ser  $Q_B' = 500 - 190 = 310 \text{ m}^3/\text{s}$ , de tal forma que el punto I de la figura 3.1 tendrá las coordenadas ( $H_u = 112.8$ ,  $Q_u = 310$ ).

*Tabla 4.6 Hidrograma para  $T_r = 50$  años*

1	527.1	13	2164.3	25	1389.6
2	582.5	14	2374.6	26	1263.4
3	658.1	15	2594.1	27	1144.6
4	750.9	16	2822.7	28	1033.6
5	859.0	17	2639.1	29	930.6
6	981.1	18	2461.3	30	836.2
7	1116.1	19	2289.3	31	750.9
8	1263.4	20	2123.4	32	675.4
9	1422.3	21	1963.6	33	610.5
10	1592.3	22	1810.2	34	557.6
11	1772.8	23	1663.2	35	518.9
12	1963.6	24	1523		

El gasto que no causa daños aguas abajo es  $1200 \text{ m}^3/\text{s}$ , por lo que el vertedor descargaría  $Q_{co} = 1200 - 190 = 1010 \text{ m}^3/\text{s}$ . En la tabla 4.6 se observa que, para la avenida de 50 años de periodo de retorno, dicho gasto se alcanza entre los intervalos 28 y 29, por lo que, utilizando la ecuación 3.5 se obtiene, en una primera aproximación:

$$\Delta V_{co} = \left[ (527.1 + 582.5 + \dots + 1033.6) - 28 \times \frac{1010}{1.5} \right] \times 21600 = 559.35 \times 10^6 \text{ m}^3$$

De tal manera que el volumen total será

$$V_{co} = V_u + \Delta V_{co} = 4\,633 + 559.35 = 5\,192.35 \times 10^6 \text{ m}^3$$

El nivel del agua Hco correspondiente a ese volumen resulta:

$$H_{co} = 105 + \left( \frac{5\,192.35 - 3\,864.75}{72.5663} \right)^{\frac{1}{1.1489}} = 117.55 \approx 117.6$$

Por lo que el punto II de la figura 3.1 tiene por coordenadas ( $H_{CO}=117.6$ ,  $Q_{CO}=1010$ ).

Al transitar la avenida de  $T_R=50$  años con la política de operación definida por la recta que pasa por los puntos I y II (y suponiendo lleno el vaso, se encuentra que en el intervalo 28 la altura máxima alcanzada es  $116.90 < 117.6$  y el gasto descargado de  $907.8 < 1010$ ).

Con los nuevos valores obtenidos para el punto II de la figura se realizó nuevamente el tránsito y se encontró que la altura máxima resulta de  $116.72 < 116.90$  y del gasto descargado  $Q=979.0 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Realizando nuevos tránsitos se llegó finalmente a la elevación  $116.64 \text{ m}$  y un gasto descargado de  $1009.4 \text{ m}^3/\text{s}$  el cual es prácticamente el gasto propuesto de  $1010 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Al considerar que al nivel  $H_{CO}=116.64$  el vertedor, trabajando libre, debe proporcionar  $f$  veces  $Q_{CO}$ , utilizando  $f=2$ , se obtiene que el nivel de la cresta debe ser

$$H_c = 116.64 - \left( \frac{2 \times 1010}{60} \right)^{\frac{2}{3}} = 106.21$$

1	531.2	13	2599.5	25	1606.4
2	597.2	14	2871.1	26	1446.2
3	689.1	15	3155.4	27	1295.9
4	803.3	16	3452.2	28	1156
5	937.4	17	3213.8	29	1026.9
6	1090	18	2983.3	30	909.1
7	1259.9	19	2760.9	31	803.3
8	1446.2	20	2546.7	32	710.2
9	1648	21	2341	33	631.1
10	1864.8	22	2143.8	34	567.4

<i>Tabla 4.7 Hidrograma para <math>T_r = 200</math> años</i>					
11	2095.9	23	1955.5	35	521.6
12	2341	24	1776.3		

Con los datos de las tablas 4.3 y 4.7, se transitó la avenida de  $T_r=200$  años, con lo que se obtuvo que la altura máxima alcanzada fue 117.63 m y la descarga correspondiente fue 1190.2, por lo cual se consideró que el punto III de la figura 3.1 tendrá por coordenadas ( $H=117.63$ ,  $Q=1190.2$  m<sup>3</sup>/s), así que al llegar a la cota 117.66 m (para no tener un cambio brusco) las compuertas se abrirán totalmente para descargar

$$60 (117.66 - 106.21)^{1.5} = 2324.7 \text{ m}^3/\text{s}$$

A continuación se transitó la avenida de  $T_r=1000$  años con los datos de las tablas 4.3 y 4.8. La cota máxima resultó ser 117.85 m y el gasto de descarga de 2383.4 m<sup>3</sup>/s.

<i>Tabla 4.8 Hidrograma para <math>T_r = 1000</math> años</i>					
1	539.7	13	3118.1	25	1884.4
2	623.2	14	3454.9	26	1684.9
3	738.8	15	3807.3	27	1497.6
4	882	16	4174.9	28	1323
5	1050	17	3879.7	29	1161.8
6	1240.7	18	3594.1	30	1014.5
7	1452.7	19	3318.3	31	882
8	1684.9	20	3052.7	32	765.4
9	1936.2	21	2797.3	33	665.9
10	2205.8	22	2552.6	34	585.6
11	2493	23	2318.6	35	527.6
12	2797.3	24	2095.8		

Con el fin de ver la posibilidad de que se presentaran trenes de avenidas para los cuales fuera sobrepasada la máxima altura obtenida cuando se transitó la avenida de  $T_r=1000$  años, se estudió un tren de avenidas formado por la avenida de 50 años seguida de la de 200 años de periodo de retorno.

En la primera avenida se registró un máximo con una altura de 116.64 m y descarga de 1010.0 m<sup>3</sup>/s. Después se continuó el tránsito de la segunda avenida y se encontró que se rebasa la cota 117.63 m, por lo que fue necesario abrir totalmente las compuertas. La máxima altura alcanzada fue de 117.85 m con una descarga de 2403.7 m<sup>3</sup>/s.

Así pudo concluirse que al transitar un tren de avenidas, con las avenidas de 50 y 200 años de periodo de retorno, era necesario que las compuertas se abrieran totalmente; además, se rebasaba la cota 117.85, por lo que podía considerarse que el NAME estaría situado a la altura 117.92.

### 4.3 LIBRE BORDO

Por otra parte, para calcular el libre bordo en una presa se requiere tener en cuenta la profundidad del vaso, el fetch, la velocidad del viento y su duración; sin embargo, como ello rebasa los propósitos de este escrito, se estima que un libre bordo  $\approx 3$  m sería suficiente, por lo que la altura de la corona sería 120.92 m.

Cuando la altura es 112.8 las compuertas pueden controlar sin problemas la descarga de 310 m<sup>3</sup>/s con abertura de

$$\frac{310}{1.5 \times 2 \times 30 \sqrt{112.8 - 106.21}} = 1.34 \text{ m}$$

la cual debe cumplir  $1.34 < 2(112.8 - 106.21)/3 = 4.39$  m. De la misma manera, cuando la altura fuera 116.64 y la descarga 1010 m<sup>3</sup>/s se requerirá una abertura de  $3.47 < 2(116.64 - 106.21)/3 = 6.95$  m, y cuando la altura fuera 117.63 y la descarga 1190.2 m<sup>3</sup>/s, la abertura debería ser  $3.91 < 2(117.63 - 106.21)/3 = 7.61$  m; de modo que el plan de operación propuesto es factible.

Ahora bien supóngase que se eligen compuertas de altura  $h_{COM} = 8.50$  m, con altura de perno  $h_{PE} = 0.75 h_{COM}$  y radio  $R_{CO} = 1.7 h_{COM}$ , de manera que  $H_{PE} = 6.38$  m y  $R_{COM} = 14.45$  m, en cuyo caso la distancia horizontal entre el labio inferior de la compuerta cerrada y el perno será de  $d_H = \sqrt{(14.45)^2 - (6.38)^2} = 12.97$  m. Con objeto de que la ménsula de la compuerta no sea tocada por el agua se puede establecer que al descargar el máximo gasto el desnivel  $Z$  entre la cresta y la cota de la plantilla a la distancia 12.97 de la cresta satisfaga



la condición  $h_{PE} + Z = Y_{12.97} + 2$ , de donde  $Z = Y_{12.97} - 4.38$ .

Así que al establecer el teorema de Bernoulli entre la cresta y la sección 12.97 se tendría que

$$11.71 + Z = Y_{12.97} + \frac{1}{2g} \left( \frac{2403.7}{30} \right)^2 \frac{1}{Y_{12.97}^2}$$

De aquí resulta que  $y_{12.97} = \sqrt{327.20/7.33} = 6.68$ , por lo cual  $Z = 2.30$ , lo que significa que a 12.97 m de la cresta la plantilla del canal del vertedor deberá estar 2.30 m, ó más, por debajo de la cota 106.21.

En la figura 4.4 se indican, con trazo lleno la compuerta cerrada y, con trazo punteado la compuerta con una abertura  $A_b$ . Según allí se indica los ángulos  $\alpha$  medidos a partir de la recta horizontal de referencia  $R - H$ , serán

$$\alpha = \text{ang sen} \left( \frac{6.68}{14.45} \right) = 27.53^\circ \quad \text{y} \quad \beta = \text{ang sen} \left( \frac{8.50 - 6.68}{14.45} \right) = 7.24^\circ$$

de modo que el ángulo abarcado por el sector de la compuerta será

$$\gamma = \alpha + \beta = 34.77^\circ$$

Para la posición más baja  $A_b = 1.34$  m, de manera que

$$\delta = \text{ang sen} \left( \frac{6.68 - 1.34}{14.45} \right) = 21.69^\circ$$

$$\therefore \quad \epsilon = \alpha - \delta = 5.84^\circ \quad \text{y} \quad \theta = \beta + \epsilon = 13.08^\circ$$

Así resulta que la altura sobre la cresta del labio superior será

$$h_{LS} = 6.68 + 14.45 \text{ sen } \theta = 9.95$$

Y, puesto que el nivel del agua sobre la cresta en este caso es  $112.80 - 106.21 = 6.59$ , el libre bordo de la compuerta será

$$h_B = 9.95 - 6.59 = 3.36 \text{ m}$$

Procediendo de modo similar para la posición más alta, correspondiente al punto III de la figura 3.1 el libre bordo se reduce a 1.07 m. De esta manera, pensando que casi siempre el libre bordo de la compuerta será mayor que 1 m, se consideran adecuadas las compuertas seleccionadas.

Por otra parte, como la máxima carga sobre la cresta es  $118.39 - 106.30 = 12.09$  y  $12.09 (2/3) = 8.06$ , se considerará que, por seguridad, la compuerta estará totalmente abierta cuando la abertura será de 9 m; en tales condiciones se tendrá que

$\delta = \text{ang sen} \left( \frac{9 - 6.38}{14.45} \right) = 10.45^\circ$ , de manera que la altura sobre la cresta del labio superior será

$$h_{LB} = 6.38 + 14.45 \text{ sen} (10.45 + 34.64) + 106.30 = 122.91$$

Mas, como la corona está a una altura sobre la cresta de  $120.92 - 106.21 = 14.71$ , resultará que cuando la compuerta esté totalmente levantada, el labio superior estará 2.01 m arriba de la corona. Sin embargo, como el labio inferior estará  $14.71 - 9 = 5.71$  debajo de la corona, es posible colocar los mecanismos de izaje sin mayor problema.

En síntesis puede decirse que para el ancho de cresta  $L_0=30$  m, la cresta deberá estar a la altura 106.21 y la corona a la altura 120.92 m; asimismo que conviene emplear tres compuertas de 8.50 m de alto, 10 m de ancho, con perno una altura de 6.68 m sobre la corona y 14.45 m de radio, teniendo la precaución de que a 12.97 m de distancia horizontal de la cresta, la plantilla del canal de descarga esté, por lo menos, 2.30 m debajo de la cresta. De esta manera el NAME estará a la altura 117.92 y la máxima descarga será de 2403.7 m<sup>3</sup>/s. Por otra parte, el plan de operación es el que se muestra en la tabla 4.9.

#### 4.4 TRES ASPECTOS DE INTERÉS

El primero es la selección de la altura útil en 112.8, la cual se trata de mantener en lo posible, de manera que si se puede y conviene almacenar más agua, se modifique este valor; de lo contrario el plan de operación es ilusorio.

El segundo aspecto es que para la solución propuesta, aún sin considerar el ancho de las

pilas entre las compuertas, el gasto unitario en el canal de descarga del vertedor es de solo  $2403.7/30 = 80.1 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ , de manera que se puede reducir considerablemente el ancho de la cresta, lo que, sin embargo, aumentaría la altura de las compuertas. Así, como se asentó al final del capítulo 3, será necesario estudiar distintas opciones para seleccionar la mejor atendiendo al costo y a las dificultades de construcción.

<i>Tabla 4.9 Política de operación</i>		
H	Q	Ab
112.8	310	1.34
113.4	419.4	1.74
114	528.8	2.11
114.6	638.1	2.45
115.2	747.5	2.77
115.8	856.9	3.07
116.4	966.3	3.36
116.64	1010	3.47
117.63	1190.2	3.91
117.66	2324.7	-
117.92	2403.7	-

El tercer aspecto tiene que ver con la política de operación del vertedor utilizada en este trabajo. Dicha política se propone para fines de diseño y como una primera aproximación en la definición de la política de operación real del vaso; esta última deberá tomar en cuenta la información climatológica e hidrométrica disponible durante cada avenida.

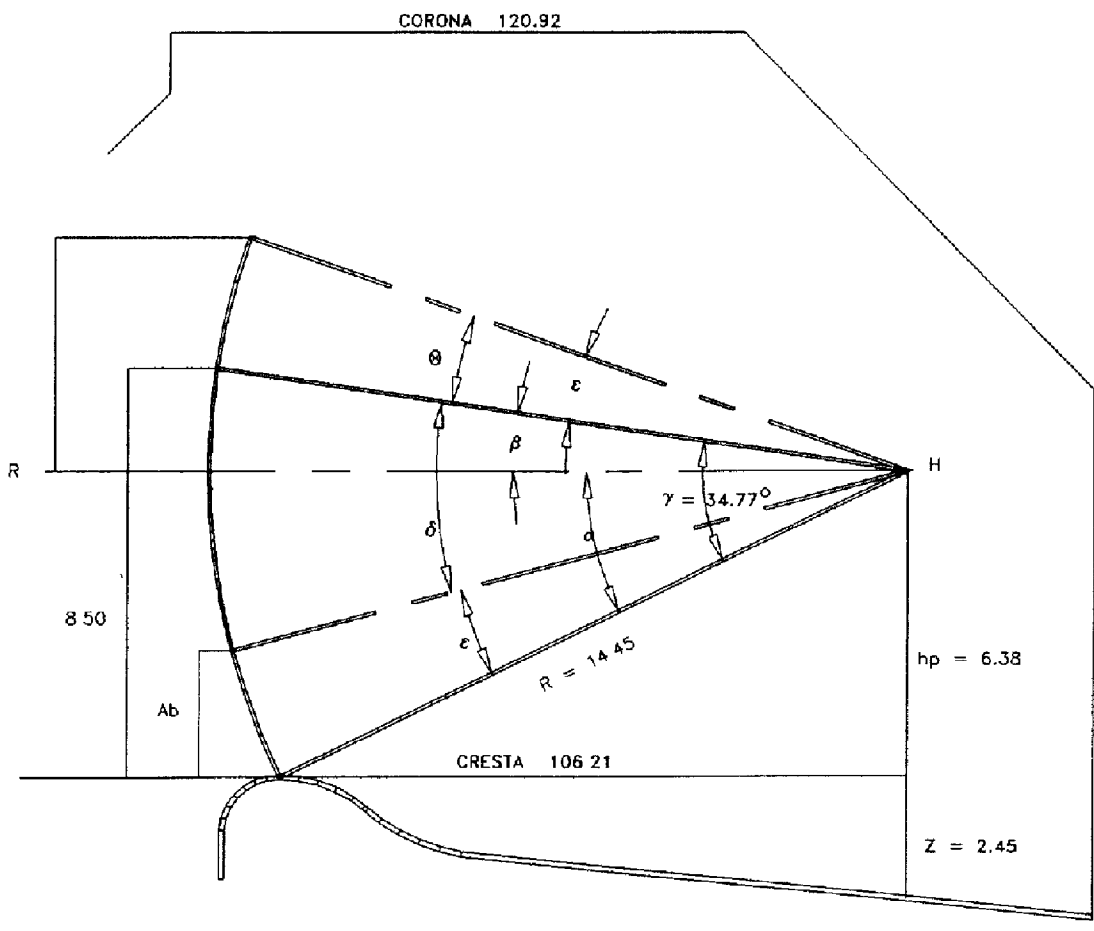


Figura 4.4 Dimensiones de la compuerta propuesta

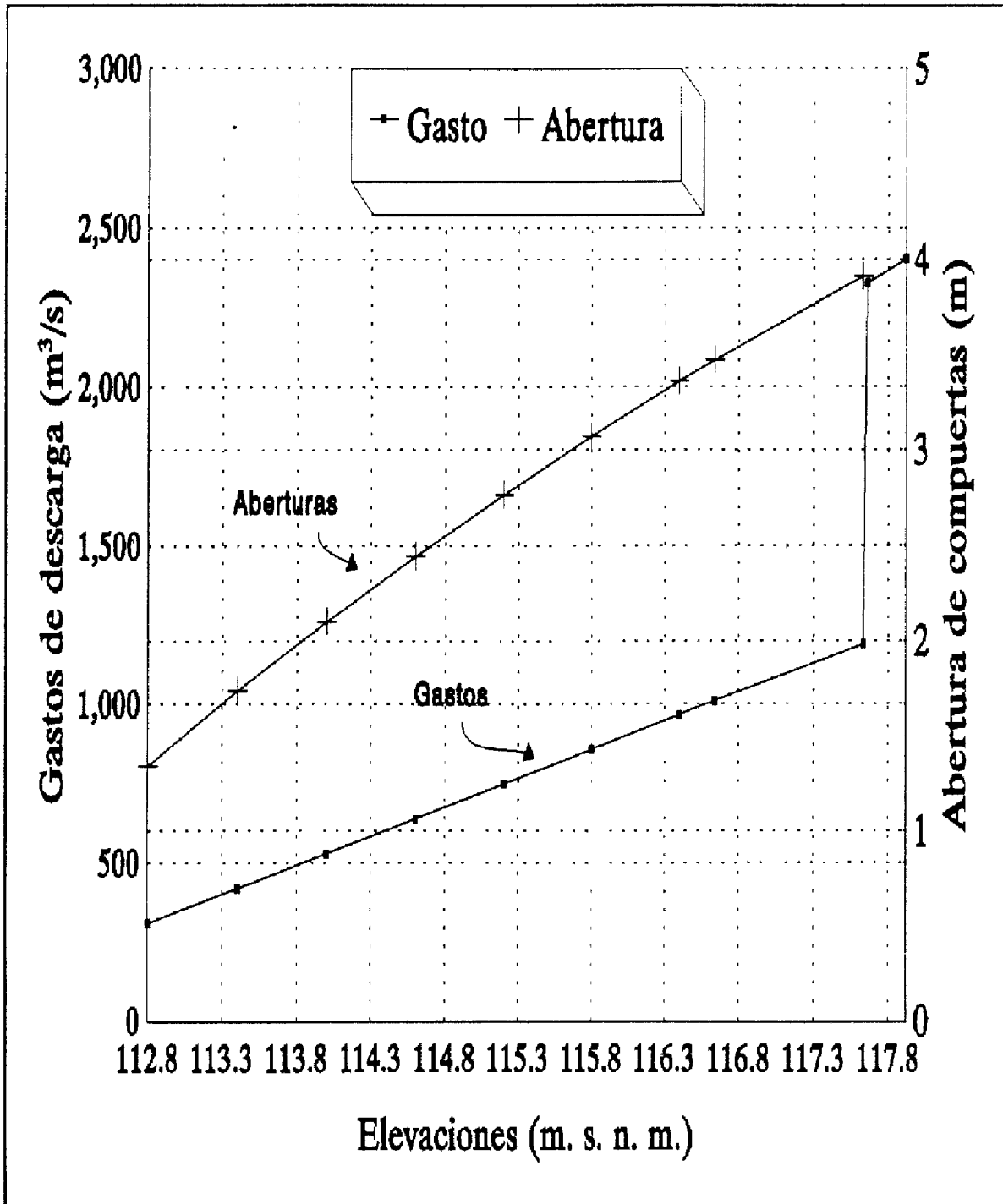


Figura 4.5 Política de operación y aberturas de compuerta

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES

Es evidente que el método propuesto es laborioso, sobre todo en la primera etapa en la que se requiere hacer un análisis minucioso de los datos hidrológicos que deberán abarcar, por lo menos, 30 años de registro.

A cambio de esto, es un procedimiento general que hace posible definir de una manera racional las avenidas que deberían transitarse por el vaso para determinar las características de las obras de excedencias. Además, con él se puede estudiar una gama mucho más amplia de condiciones en que podría funcionar dicha obra.

Por otra parte, permite seleccionar las dimensiones del vertedor, la corona y las compuertas de acuerdo con un plan de operación que pueda ser respetado y está pensando en tal forma que pueden introducirse en él todos los refinamientos de cálculo que se desee, sin que por ello cambien los conceptos esenciales en que está basado.

Es por todos estos motivos que los autores piensan que el procedimiento que proponen para diseñar obras de excedencias puede ser de utilidad para los ingenieros que confrontan este problema.

## REFERENCIAS

- Chou, Y. L. (1990), "Análisis Estadístico", McGraw Hill, pp. 513-538.
- Chow, Ven Te. (1964), "Handbook of Applied Hydrology", McGraw Hill, New York.
- Domínguez M., R. (1989), "Metodología de Selección de una Política de Operación Conjunta de una Presa y su Vertedor", tesis doctoral, DEPFI, UNAM.
- Hines, W. W. (1993), "Probabilidad y Estadística, para Ingeniería y Administración", CECSA, pp. 527 y 547.
- Kite, G. W. (1977), "Frequency and Risk Analyses in Hydrology", Water Resources Publications, pp. 48-53.
- Kite, G. W. (1977a), Ibid, pp 95 y 96.
- Linsley, R. K., et al. (1990), "Hidrología para Ingenieros", 2ª edición, Mc Graw Hill, pp. 183-193.
- Nash, J. E. (1966), "Applied Flood Hydrology", dentro de la obra *River Engineering and Water Conservation Works*, London Butterworths, p. 64.
- Nash, J. E. (1966a), Ibid, p. 97.
- Pegram, G. G. S. y Deacon, M. P. (1992), "Extreme Flood Hydrographs of Chosen Probability", International Symposium on Dams and Extreme Floods", Granada, España, pp. 69-80.